

实验六 用伸长法测定金属丝的杨氏模量

【实验目的】

1. 用伸长法测定金属丝的杨氏模量。
2. 学习光杠杆原理并掌握使用方法。
3. 练习用逐差法处理数据。
4. 用最小二乘法处理数据。

【实验器材】

杨氏模量测定仪，光杠杆，尺读望远镜，螺旋测微计，砝码，游标卡尺，米尺。

【实验原理】

1. 胡克定律及杨氏模量

杨氏模量是由拉伸物体时的应力和应变的关系求得的常数。1808 年由物理学家 T. Young 提案，因而得名杨氏模量。

有一均匀的金属丝（或棒），长为 L ，横截面积为 S ，丝之一端固定，另一端施以拉力 F ，结果伸长了 ΔL 。若用相对伸长 $\Delta L / L$ 表示其形变，则根据虎克定律：在弹性限度内，应变（指在外力作用下的相对伸长 $\Delta L / L$ ）与胁强（单位面积上所受到的力）成正比，用公式表达为：

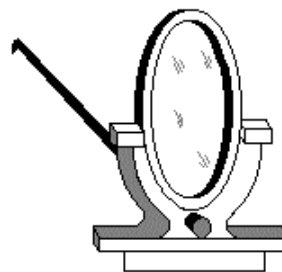
$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta L}{L} \quad (3-3-1)$$

式中 E 为金属丝的杨氏模量，它表征材料的强度性质，只与材料的质料有关，而与材料的形状、大小无关。在数值上， E 等于相对伸长为 1 时的胁强，所以它的单位与胁强的单位相同。

2. 光杠杆镜尺法测量微小长度的变化

在 (3-3-1) 式中，在外力 F 的拉伸下，钢丝的伸长量 ΔL 是很小的量。用一般的长度测量仪器无法测量。在本实验中采用光杠杆镜尺法测量。

如图 1 所示，光杠杆是一块平面镜直立的装在一个三足底板上。三个足尖 f_1 ， f_2 ， f_3 构成一个等腰三角形。 f_1 ， f_2 为等腰三角形的底边。 f_3 到这底边的垂直距离（即距离三角形底边上的高）记为 b 。如果 f_1 ， f_2 在一个平台上，而 f_3 下降 ΔL ，那么平面镜将绕 f_1 ， f_2 转动 θ 。



图

如图 3-3-2 所示，初始时，平面镜处于垂直状态。标尺通过平面镜反射后，在望远镜中成像。则望远镜可以通过平面镜观察到标尺的像。望远镜中十字线处在标尺上刻度为 n_0 处。当 f_3 下降 ΔL 时，平面镜将绕 f_1 ， f_2 转 θ 角。则望远镜中标

尺的像也发生移动，十字线降落在标尺刻度为 n_i 处。由于平面镜转动 θ 角，进入望远镜的光线旋转 2θ 角。从图中看出望远镜中标尺刻度的变化 $\Delta n = n_i - n_0$ 。

$$\frac{\Delta n}{D} = \tan 2\theta \approx 2\theta$$

又

$$\frac{\Delta L}{b} = \tan \theta \approx \theta$$

由此可得到

$$\frac{\Delta n}{D} = \frac{2\Delta L}{b}$$

即

$$\Delta L = \frac{b}{2D} \Delta n \tag{3-3-2}$$

所以望远镜中标尺读数的变化 Δn 比钢丝伸长量 ΔL 大得多，放大了 $2D/b$ 倍。钢丝的截面积

$$S = \frac{\pi}{4} d^2 \quad (d \text{ 为钢丝的直径})$$

将 (3-3-2) 代入 (3-3-1) 中，最后得到：

$$E = \frac{8FLD}{\pi d^2 b (\Delta n)} \tag{3-3-3}$$

【实验内容及步骤】

仪器介绍

- A: 钢丝悬挂端
- B: 钢丝
- C: 光杠杆
- D: 凹槽
- E: 钢丝夹紧端
- F: 砝码
- G: 支架底角螺丝
- H: 尺读望远镜
- I: 目镜
- J: 物镜

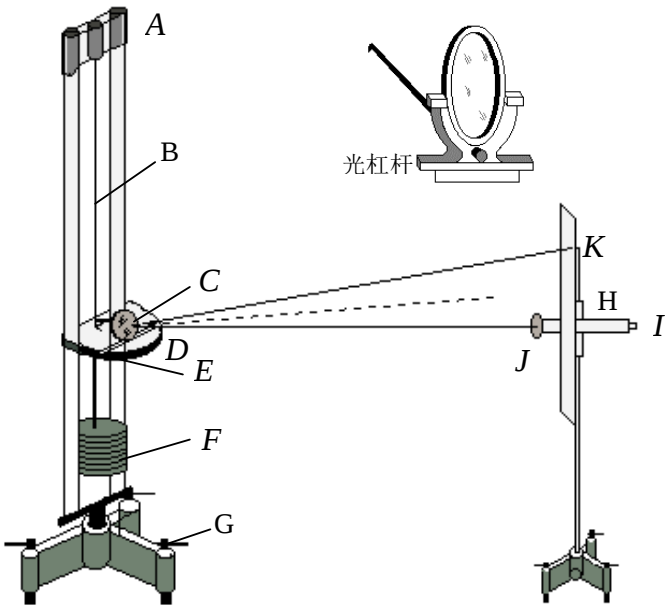


图 3-3-3 杨氏模量测定仪实验装

K: 标尺

1. 选取适当的仪器, 测量 L 、 D 、 d 和 b 值。

根据实验原理和实验不确定度的要求以及仪器结构特点, 自行设计此四个长度测量所选仪器、测量方法、测量次数;

如果要求 E 的测量精度在 3% 左右, 由式 (3-3-3) 则其不确定度的传递式

$$\left[\frac{u(E)}{E}\right]^2 = \left[\frac{u(L)}{L}\right]^2 + \left[\frac{u(D)}{D}\right]^2 + \left[2\frac{u(d)}{d}\right]^2 + \left[\frac{u(b)}{b}\right]^2 + \left[\frac{u(\Delta n)}{\Delta n}\right]^2$$

按不确定度均分方案, 应有

$$\frac{u(L)}{L} = \frac{u(D)}{D} = 2\frac{u(d)}{d} = \frac{u(b)}{b} = \frac{u(\Delta n)}{\Delta n} = \frac{3}{100\sqrt{5}}$$

从设备和测量条件考虑取 $L \approx 40\text{cm}$, $D \approx 100\text{cm}$, $b \approx 8.5\text{cm}$, $d \approx 0.3\text{cm}$ 按均分要求, 计算出 $u_{(L)}$, $u_{(H)}$, $u_{(b)}$, $u_{(d)}$; 考虑如何选择测量仪器。由微小误差取舍, 因此可略去哪些对不确定度的影响只做一次测量, 而对哪些物理量要精细多次测量。

2. 调节杨氏模量测定仪和尺读望远镜

(1) 实验装置如图 3-3-3 所示。用实验室准备的水平仪放置在平台上, 调节支架底脚螺丝, 确保平台水平。调平台的上下位置, 使管制器顶部与平台的上表面共面。

(2) 测量钢丝长度, 应注意两端点的位置, 上端起于夹钢丝的两个半圆柱的下表面, 下端止于管制器的下表面。

(3) 将光杠杆放置于平台上, 旋松固定螺丝移动杠杆使其前两锥形足尖(或刀口)放入平台的沟槽内, 后锥形足尖放在管制器的槽内, 再旋紧螺丝。之后再调节平面镜的仰角使镜面垂直, 即光杠杆镜面法线与望远镜轴线大体重合, 按先粗调后细调的原则, 使其能将标尺上的刻度反射到望远镜里, 利用望远镜上的准星瞄准光杠杆平面镜中的标尺像。

(4) 调节望远镜目镜看清叉丝, 再调聚焦旋钮可以找到标尺, 如果没找到标尺请不要过急调聚焦旋钮, 重新瞄准光杠杆平面镜中的标尺像, 重复以上调试。要注意: 使标尺的像消除视差(即眼睛上下移动时, 所看到的竖尺刻度像和叉丝之间应没有相对变动)。

(5) 光杠杆、望远镜、标尺调整好以后, 整个实验中防止位置变动。加减砝码要轻放轻取避免晃动、倾斜, 使钢丝与管制器之间发生摩擦, 待钢丝静止后(用手轻扶使其静止)再读数。

(6) 观测标尺时眼睛正对望远镜，不得忽高忽低引起视差。

3. 关于 E 的测量：

(1) 挂好金属丝后，加上砝码托及 1~2 kg 砝码，将线拉直。

(2) 安装尺度望远镜并调节好，从望远镜中的水平丝，读出直尺的数值为 n_0 。

(3) 逐次增加一定质量的砝码，相应的望远镜读数为 n_1 、 n_2 、 n_3 、 $\dots$ ，至少加 7 次砝码。

(4) E 值的计算

【数据记录与处理】

1. 自行设计表格，记录数据。

记录加外力后标尺的读数其中 n_i 是每次加 1kg 砝码后标尺的读数，

$$\bar{n}_i = \frac{1}{2}(n_i + n'_i)$$

2. 逐差法

根据 (3-3-3) 计算，其不确定度传递公式如下

$$\frac{u_{(E)}}{E} = \sqrt{\left(\frac{u_{(L)}}{L}\right)^2 + \left(\frac{u_{(D)}}{D}\right)^2 + \left(2\frac{u_{(d)}}{d}\right)^2 + \left(\frac{u_{(b)}}{b}\right)^2 + \left(\frac{u_{(\Delta n)}}{\Delta n}\right)^2}$$

估算 E 的不确定度并写出测量结果。其中不确定度很小的，可以忽略。 $u_{(\Delta n)}$ 取 $\overline{\Delta n}$ 。

$$\overline{\Delta n} = \frac{\sum_{i=1}^4 \Delta n_i}{4}$$

实验结果：

$$E = \bar{E} \pm u_{(E)} \quad (P_a) \quad \text{或} \quad (MP_a)$$

3. 最小二乘法处理数据。

根据 (3-3-3) 式得

$$\Delta n_i = \frac{8LDg}{\pi d^2 b E} \cdot m_i$$

其斜率

$$k = \frac{8LDg}{\pi d^2 b E}$$

列出观测方程，求出 E 即可

4. 分析实验结果。

【注意事项】

1. 光杠杆、望远镜和标尺所构成的光学系统一经调好后，在实验过程中就不可再移动。

否则，数据无效，实验应从头做起。

2. 在金属丝上测直径，容易使线折弯，最好在备用线上测量。

【思考题】

1. 仪器调节的步骤很重要，为在望远镜中找到直尺的象，事先应作好哪些准备，试说明操作程序。

2. 材料相同，但粗细、长度不同的两根钢丝，它们的杨氏模量是否相同？

3. 是否可以用作图法求杨氏模量？如果以协强为横轴，协变为纵轴作图，图线应是什么形状？

将（3-3-3）式改写为

$$|n_i - n_0| = \frac{8LD}{\pi d^2 b E} \cdot (F_i - F_0) = K \cdot F$$

式中

$$k = \frac{8LD}{\pi d^2 b E}$$

在一定条件下， K 是常数，若 $|n_i - n_0| (|n_1 - n_0|, |n_2 - n_0|, |n_3 - n_0|, \dots)$ 以为纵坐标，以 $F(F_1 - F_0, F_2 - F_0, F_3 - F_0, \dots)$ 为横坐标。

4. 试试加砝码后立即读数和过一会读数，读数值有无区别，从而判断弹性滞后对测量有无影响。由此可得出什么结论？