实验九　用伏安法测量电阻及电路设计

【实验目的】

1、学习电学基本仪器的使用方法

2、掌握伏安法测电阻原理；了解伏安法测电阻的误差来源及修正的方法

3、掌握简单电路的设计方法；学会选择电表的量程；会根据待测电阻的大小选择电流表的内接或外接。

4、学习电阻伏安特性曲线的测量方法和作图方法。

【实验仪器】

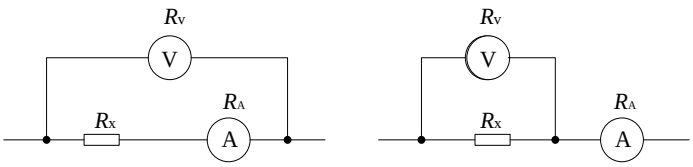
待测电阻：R_{X1}（标称值 200Ω，1W）；R_{X2}（标称值 24Ω，1W）；数字万用表；电压表；毫安表；直流电源，滑线电阻，单刀开关，导线等。

【实验原理】

一、用伏安法测电阻

电阻是电学中常用的物理量。根据欧姆定律，测量通过待测元件的电流 I 和该元件两端的电压 V 即可求出元件的电阻 R，即 R = V / I，这种方法称为伏安法。它是测量电阻的基本方法之一。

测量中直流安培计串联在电路中，直流伏特计并联在待测元件两端，如下图。由于直流电表实际存在内阻，故电表的接入会引入测量误差。根据测量要求可采用安培计内接法图 3-5-1(*a*)或安培计外接法图 3-5-1(*b*)。



(a)电流表内接　　(b)电流表外接

图　伏安法测电阻原理图

1、安培表内接。如图 3-5-1（*a*）所示的电路，安培表测出的 I 是通过待测电阻 R_X 的电流 I_X，但伏特表测出的 V 就不只是待测电阻 R_X 两端的电压 V_X，而是 R_X 与安培表两端的电压之和，即 $V=V_X+V_A$，若待测电阻的测量值为 R，则有

$$R=\frac{V}{I}=\frac{V_X+V_A}{I}=R_X+R_A=R_X\left(1+\frac{R_A}{R_X}\right) \qquad (3\text{-}5\text{-}1)$$

由此可知，这种电路测得的电阻值 R 要比实际值大。式（6.1）中的 R_A/R_X 是由于安培表内接给测量带来的接入误差（系统误差）。如果安培表的内阻已知，可用下式进行修正

$$R_X=\frac{V-V_A}{I}=R-R_A=R\left(1-\frac{R_A}{R}\right) \qquad (3\text{-}5\text{-}2)$$

当 $R_X>>R_A$ 时，相对误差 R_A/R_X 很小。所以，安培表的内阻小，而待测电阻大时，使用安培表内接电路较合适。

2、安培表外接。如图 3-5-1（b）所示的电路，伏特表测出的 V 是待测电阻 R_X 两端的电压 V_X，但安培表测出的 I 是流过 R_X 的电流 I_X 和流过伏特表的电流 I_V 之和，即 $I=I_X+I_V$。若待测电阻的测量值为 R，则有

$$R=\frac{V}{I}=\frac{V_X}{I_X+I_V}=\frac{V_X}{I_X\left(1+\frac{I_V}{I_X}\right)}=\frac{R_X}{1+\frac{R_X}{R_V}}\approx R_X(1-\frac{R_X}{R_V}) \qquad (3\text{-}5\text{-}3)$$

[注]　级数公式 $\frac{1}{1+x}=1-x+x^2+\cdots$　　(-1<x<1)

由上式可知，这种电路测得的电阻值 R 要比实际值 R_X 小。式（3-5-3）中的 R_X/R_V 是由于安培表外接带来的接入误差（系统误差）。若伏特表的内阻 R_V 已知，可用下式修正

$$R_X=\frac{V}{I-I_V}=\frac{V}{I\left(1-\frac{I_V}{I}\right)}=\frac{R}{1-\frac{R}{R_V}} \qquad (3\text{-}5\text{-}4)$$

当 $R_V>>R_X$ 时，相对误差 R_X/R_V 很小。所以，伏特表的内阻大，而待测电阻小时，使用安培表外接较合适。

由以上分析可知用伏安法测电阻时，由于安培表和伏特表都有一定的内阻，将它们接入电路后，就存在着接入误差（系统误差），所以测得的电阻值不是偏大就是偏小，两个相比较，当 $R_A<<R_X$ 时，采用安培表内接电路有利；当 $R_V>>R_X$ 时，采用安培表外接电路有利。一般情况，都应根据式（3-5-2）和式（3-5-4）进行修正，求得待测电阻 R_X。

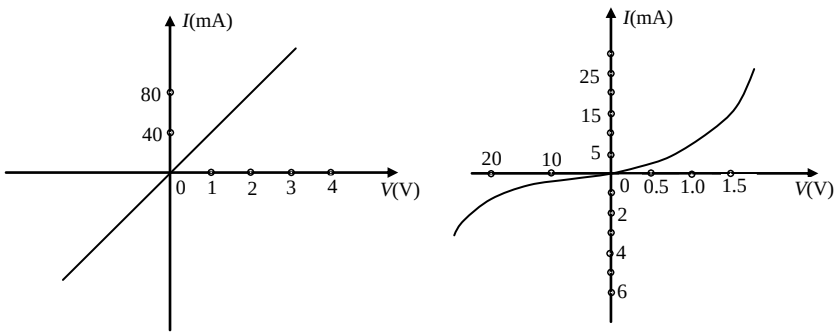
应说明的是，待测电阻的阻值大小是相对于所用仪表的内阻来说的。量程大的安培计内阻小，量程小的内阻大；量程大的伏特计内阻大，量程小的内阻小。但量程大的电表每小格表示的安培数或伏特数较大，对于很小的电流和电压读不出较准确的值来。

除电表内阻对测量结果的影响外，电表的准确度不同级别对电阻测量也会带来误差。电表准确度级别和测量误差的知识见附录。

二、 线性电阻的伏安特性曲线

当加在电阻两端的电压改变时，流过电阻的电流也相应改变。以电压 V 为纵坐标，以电流 I 为横坐标，把 V 和 I 的关系画在坐标纸上，将构成一条曲线，称为伏安特性曲线。

若一个电阻元件两端的电压与通过电流成正比，则以电压为横轴，以电流为纵轴所得到的图象是一条通过坐标原点的直线，如图 3-5-2（*a*）所示，这种电阻称为线性电阻。



（*a*） （*b*）

图 3-5-2

若电阻元件两端电压和流过的电流成非线性变化关系，则由实验数据所描绘的 $I \sim V$ 图线为非直线，这种电阻称为非线性电阻。灯丝的伏安特性就属于这种非线性情况，如图 3-5-2（*b*）所示。

当伏安特性为曲线时，曲线上任一点 C 点的直流电阻为直线 OC 的斜率

$$R = \frac{V_c}{I_c}$$

而 C 点的动态交流电阻为 C 点处切线 AB 的斜率

$$R = \frac{dV}{dI}\bigg|_{\substack{I = Ic \\ V = Vc}}$$

三、线性电阻的伏安特性测量电路的设计原则

例：用伏安法测某电阻 R_x（其标称值为 75Ω，1W），要求测量结果相对不确定度 $E_R \le 3\%$， 应如何选择电表准确度和确定测量条件？对电表内阻影响如何修正？

1、确定电表级别

我们已经知道，无论内接法还是外接法，都会产生系统误差，但在电压表和电流表内阻已知时，都能对测量结果进行修正而求得被测电阻的准确值，故在选择电表准确度和确定测

量条件时，要求偶然误差≤3% 即可。

由欧姆定律和不确定度传递公式知：

$$Rx = \frac{V}{I}$$

所以，
$$E_R = \sqrt{(\frac{u_{(V)}}{V})^2 + (\frac{u_{(I)}}{I})^2} = 3\%$$

根据不确定度均分原则

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta I}{I} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 3\% = 1.7\%$$

要求 $\frac{\Delta V}{V} \le 1.7\%$ 及 $\frac{\Delta I}{I} \le 1.7\%$，参照电表准确度级别的规定，显然，电表的级别应选择 1.0 级。

2、测量条件的确定（含仪表量程的确定）

仪器准确度给定后，测量误差还可随测量值的大小而变化。故在确定仪器等级后，还应给出各测量条件，即在满足误差要求和安全实验的条件下，给出各直接测量值所能取的上、下限，定出仪器所使用的量程。

上限：一般受测量对象和其他给定条件的限制，如待测电阻的标称值为 75Ω、1W，则额定电压为

$$V = \sqrt{NR} = \sqrt{1 \times 75} = 8.66 \text{（伏）}$$

而实验室给出的 1.0 级的电压表为 3/7.5/15/30V，1K/2.5K/5K/10KΩ，因此，电压的最高读数选为 $V_{\max} = 7.5V$，电压表的量程选为 7.5V。相应的电流最高读数为

$$I_{\max} = \frac{7.5V}{75\Omega} = 100mA$$

而实验室给出的 1.0 级电流表为 50/100/500/1000mA，对应的内阻 R_A 为 2.94/1.48/0.30/0.15Ω，故电流表的量程选为 100mA。

下限：一般受误差要求限制，即在最低读数值时也应满足误差要求：

$$\frac{\text{量程} \times \alpha\%}{V_{\min}} \le 1.7\%$$

则
$$V_{\min} = \frac{\text{量程} \times 1.0\%}{1.7\%} = \frac{7.5 \times 1.0\%}{1.7\%} = 4.2 \quad \text{（伏）}$$

$$I_{\min} \geq \frac{100 \times 1.0\%}{1.7\%} = 58.9(mA)$$

就是说，对上述给定的被测 Rx，应选用 1.0 级的电压表和毫安表，量程分别为 7.5V 和 100mA，测量时两电表的读数分别在 4.4～7.5V 和 58.8～100mA 范围内，才能保证测量的误差要求。

3、电表内阻的影响加以修正

已知选用电压表量程为 7.5V 时，内阻 $R_V = 2.5k\Omega$，毫安表量程为 100mA 时，内阻 $R_A = 1.48\Omega$，则可对内接法及外接法电路的系统误差做出估计：

内接：
$$B = \frac{R_A}{R_X} = \frac{1.48}{75} = 2\%$$

外接：
$$B = \frac{R_x}{R_X + R_V} = \frac{75}{75 + 2500} = 2.9\%$$

电表内阻对测量结果的影响，外接法时达到 2.9%，而内接法时为 2%，显然此情况适合采用内接法。为了得到较精确的测量结果，我们用（3-5-2）式修正电表内阻对测量结果带来的系统误差后，作为 Rx 的测量值。

综上分析，为测未知电阻 R_X，设计方案应为：

（1）电路采用内接法电路，为便于控制测量中的电压与电流，还配以限流器和分压器的电路，参考实验四。

（2）电流表选择：1.0 级，量程 100mA，测量时使电流在 66.6～100mA 内，且靠近 100mA 为宜。

电压表选择：1.0 级，量程 7.5V，测量时应使 R_X 上两端电压在 5.0～7.5V 内，且靠近 7.5V 为宜。

（3）对电表内阻影响的修正：按（3-5-2）式修正系统误差。

（4）误差估计：　由 $R_x = \frac{V}{I}$ 得

$$\frac{\Delta R_X}{R_X} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}$$

$$\Delta R_X = (\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I}) R_X$$

式中 R_x 用修正系统误差后的值，即 $R_X = \frac{V}{I} - R_A$ 表示。

四、电表内阻的测量

在实际问题 中，也需要测量电表的内阻。测电表内阻的方法很多，其中常用的是半偏法和替代法，这两种方法也是伏安法。

1） 半偏法

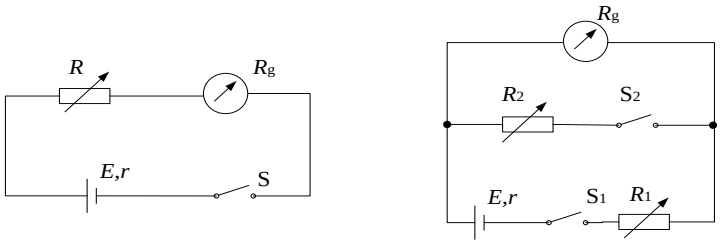
半偏法的基本电路有两种形式，其一如图所示，R 为可变电阻，选择适当的电源E，调节$R=R_1$，使待测表指针满偏$I_g=I_m$，再调节$R=R_2$使待测表半偏$I_g=I_m/2$。若电源E的内阻（r□ $R+R_g$）可忽略，由欧姆定律可证：

$$R_g=R_2-2R_1$$

若选择合适的电源电压，当$R_1=0$时，待测表示值为I_m，则

$$R_g=R_2$$

此法要求电源电压不变，故称为“恒压”半偏法，常内阻较大的电表，如电压表、微安表，也棵用于测灵敏电流计内阻。



(a)恒压半偏法　　(b)恒流半偏法

图　半偏法测电表内阻

半偏法另一种电路如图所示。断开S_2，选R_1为某值，使得待测表满偏，此时电源供给的电流（R_1可视为电源的等效电阻）为

$$I_1=\frac{E}{R_1+R_g}=I_g$$

然后合上S_2调节R_2为某值，使待测表半偏，此时电源供给的电流为

$$I_2=\frac{E}{R_1+\dfrac{R_2R_g}{R_2+R_g}}=\frac{1}{2}I_g+\frac{\frac{1}{2}I_gR_g}{R_2}$$

两式相除，可得

$$R_g = \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2}$$

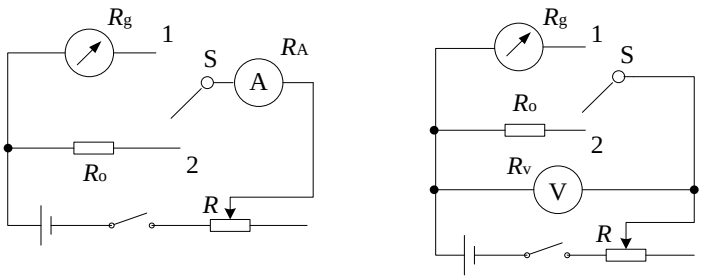
若有 $R_1 \gg R_2$ 则

$$R_g = R_2$$

可直接从电阻箱上读出电表内阻的值。式也可从主电路中电流保持不变直接得出，所以该方法也可称为“恒流”半偏法，常用来测内阻小的电表，如豪安表、安培表等。

2） 替代法

替代法原理如图所示，用标准的电阻替代被测表并保持回路中的端电压或电流不变，则标准电阻的值就是待测表的内阻。它有两种基本电路。图（a）为用电流表作指示；图（b）为用电压表作指示。替代法无方法误差，但应根据仪表具体条件选择合适的电路，以保证足够的测量灵敏度，否则可能产生较大的测量误差。一般来说，当 $R_g \ll R_{\text{ÄÚ}}$ $R_{\text{ÄÚ}}$ 时，宜用图（a）的电路；$R_g \gg R_2$ 时，宜选图（b）的电路图。其目的在于：作替代测量时，如 R_0 的值稍偏离 R_g，则电表指示能有较大的变化，以提高系统的反映零敏度



(a)电流表作指示　　(b)电压表作指示

图　替代法测电表内阻

【实验内容及步骤】

用伏安法测电阻 R_{X1} 和 R_{X2}，测量不确定度不超过 1.5%。要求自行设计实验方案，具体内容包括：

1、画出电路（分压器和限流器）和确定电表的级别、量程和接法（内接还是外接）；

2、选择修正公式进行修正，最后求出待测电阻 R_X；

3、正确地表达测量结果

4、用作图法处理实验数据

【注意事项】

实验本身与所用仪器虽然不十分复杂，但要得到较好的数据，还必须注意以下事项：

1、线路的连接一定要正确，先接电路，经检查无误后，方可接通直流电源。

2、电流表、电压表的量程档选择正确的档位。

3、线路接好后开关稍碰一下，看电流、电压表指示是否过大，如是则调节分流器、分压器至表针正常为止。反之则可合上开关继续实验。

【数据记录与处理】

表 1 R_{X1} （标称值 200Ω，1W）；　电压表量程：　　毫安表量程：

次数 / 项目	1	2	3	4	5	6
V（V）	5.00	5.50	6.00	6.50	7.00	7.50
I（mA）						
$R'_x(\Omega)$						
$R_x(\Omega)$						
$\triangle R_x(\Omega)$						
$B=\frac{\Delta R_X}{R_X}(\%)$						

毫安表接法：

次数 项目	1	2	3	4	5	6	7
V（V）							
I（mA）	70	75	80	85	90	95	100
$R'_x(\Omega)$							
$R_x(\Omega)$							
$\triangle R_x(\Omega)$							
$B=\frac{\Delta R_X}{R_X}(\%)$							

【思考题】

1. 在安培表外接，$R_V>>R_X$时，相对误差为R_X / R_V，试推导这一结果。
2. 本实验设计实验条件的方法和思想能否用于其它实验中？
3. 如果本实验精度要求提高到$\frac{\Delta R}{R}\leq 1\%$ ，应怎样做才能达到这一要求？